

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫

■ 成果報告  
□ 期中進度報告

數理教師專業成長之研究－探究導向之教學－數學教師(3/3)

計畫類別：□ 個別型計畫       整合型計畫

計畫編號：NSC 96-2511-S-018-002

執行期間：96年8月1日至97年10月31日

計畫主持人：秦爾聰 國立彰化師範大學科學教育研究所

計畫參與人員：林勇吉、簡啟東、陳俊源、許成榮、莊智偉、賴佩伶、  
陳怡淇、何靜怡、林晶珮、吳幸芳、王雅玲、李嘉惠、  
許湄、陳耀華、葛蜀光、卓月香、楊芳寧、劉環毓、  
林世杰、蔡永林、黃智皇、李立凱、吳旻儒、楊讚文、  
張克旭、張少偉、李惠如、陳鵬升、尤昭奇、吳靜怡、  
蕭淑惠、賴紀寧、劉致演、陳冠州、樓瑛英

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)：□ 精簡報告      ■ 完整報告

## 一、前言

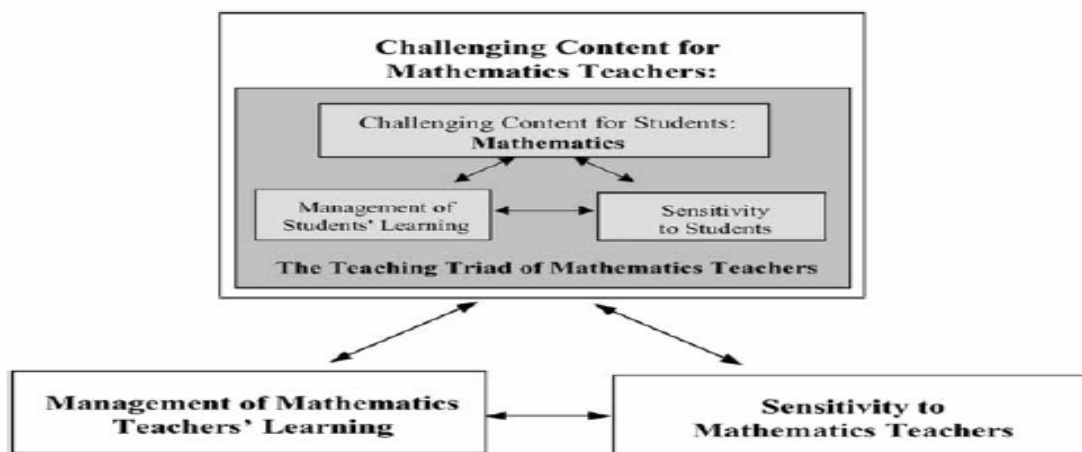
當今之潮流，以「學生為中心」之數學教學受到世界數學教育學者的普遍支持 (e.g. Feiman-Nemser, 2001)，在此改革取向的數學教學中，特別注重「數學概念的瞭解」、「數學問題解決」(mathematical problem solving)與「數學思考(mathematical thinking)」等主題(如 Bishop, 1988; NCTM, 2000)，以探究為基礎的數學教學(mathematics inquiry-based teaching，或稱數學探究教學)便依此趨勢，油然而生。有鑑於此，發展合宜的教師專業成長活動，幫助教師實施數學探究教學，確實有其意義 (e.g. Bell et al., 2003; Lotter, Harwood & Bonner, 2007)。然而，文獻中缺乏關於探討數學探教學實務之實徵研究 (e.g. Siegel, Borasi & Fonzi, 1998); 同時，針對培養教師進行數學探究教學之專業成長，更為罕見(e.g. Borasi, Fonzi, Smith & Rose, 1999)。是故，對於「數學探究教學應如何在課室實際實施」、「該如何協助教師進行數學探究教學」、「以及數學教師如何學習實施數學探究教學」等議題，仍需要透過實徵研究做較深入的探討。

## 二、計畫目的

本研究為三年期整合型計畫「數理教師專業成長之研究－探究導向之教學」的一個子計畫，基於上述分析，本計畫主要目的在於「發展專業成長計畫以協助教師有效進行數學探究教學」。因此，本研究的設計首先在於配合總計劃的整體規劃，來發展與更新本所教學碩士班之「基礎數學探討」的課程，希望透過這樣的課程讓修課的在職教師能從學生的角度經驗到數學探究導向的教學(此部分的成果在總計劃中報告); 透過從文獻中所整理出的理論基礎，設計合宜的專業成長模式與專業成長活動，是本研究的另一核心; 此外，瞭解參與此團體的教師如何發展他們的數學探究實務，以及在整個數學探究教學的發展歷程中其探究教學能力與教學信念的改變，亦是本研究關注的重點。

## 三、理論架構

本計畫所參考之主要理論架構，在於作為發展教師專業成長團體的理論基礎。透過文獻探討，我們選擇參考 Zaslavsky 和 Leikin 這兩位數教學者所提出教師專業成長的模型(如圖一)，此模型是 Zaslavsky 和 Leikin 在以色列針對 120 位在職的高國中數學教師，執行了一個為期五年的教師專業成長國家型計畫所得到的重要研究結果 (Zaslavsky & Leikin, 2004)。



圖一、 Zaslavsky 和 Leikin 的教師專業成長模型(Zaslavsky & Leikin, 2004, p.27)  
這個模型是延伸自 Jaworski (1992, 1994) 的教學三角架構 (teaching triad)，把團體的

參與者分成 mathematics teacher (MT)、mathematics teacher educator (MTE) 與 mathematics teacher educators' educator (MTEE)，強調三者之間的層次關係，首先最內層是 MT 透過教學而專業成長，再來是中層的 MTE 也藉由幫助 MT，自己有所成長，最後是外層的 MTEE，透過幫助 MT 與 MTE 而有所成長，如此形成一個循環的教師專業成長系統。

#### 四、研究方法與研究設計

配合上述的研究目的，本計畫採用質性為主，量化為輔的研究方式，在分析質性資料上面，主要使用紮根理論 (grounded theory; Strauss & Corbin, 1990)，以訪談與錄影或觀察為主要資料蒐集策略；另外在量化研究上，我們使用前一後測之研究設計。首先，針對 1. 歸納出本計畫中的專業成長模式—合作探究模式，我們藉由 (1) 分析這些教師在專業成長計畫中的表現 (分析會議錄影)，以及 (2) 訪談，獲致本計畫的專業成長模式；其次關於 2. 數學探究教學模式，我們係從 (1) 文獻，以及實際 (2) 課室觀察，與 (3) 訪談中歸納出一套有效的教學模式；關於 3. 分析教師數學探究教學能力，由於現有文獻中缺乏檢驗數學教師探究教學能力之量表，因此本計畫自行發展一份數學探究教學能力量表 (Questionnaire of Mathematics Inquiry Teaching Competency [QMITC]) 作為研究工具 (效化過程於研究成果中詳述)，係透過前一後測比較得之；此外，在施測後，也針對教師的回答進行訪談。最後，4. 關於這些教師信念的改變，主要是透過分析訪談資料獲得。

關於 QMITC 量表的發展，其研究設計在於先透過文獻探討整理出數學探究教學能力所應涵蓋之面向；然後設計量表初稿的題目，並邀請數位專家教師進行填答與訪談，對最初設計的問題作表面效度之檢驗，已形成預試之問卷；針對約 200 位的教師進行預試，進行項目分析，並刪減題目形成正式施測題本；對約 300 位教師進行施測，將結果進行因素分析與信、效度分析檢驗，以形成最後的正式量表題本。

#### 五、研究結果與討論

關於本子計畫配合總計劃執行本所教學碩士班課程更新的研究成果，在總計劃中做統整的整理報告。以下將分別針對發展教師專業成長的模式，數學探究教學模式，QMITC 量表之發展效化，個案教師數學探究教學能力，個案教師教學信念，與個案教師實施探究教學的成效等重要研究成果作說明及討論。

##### (一) 一種數學教師專業成長的有效模式—合作探究導向專業成長模式

依據先前相關文獻 (Jaworski, 2006; Truscott & Truscott, 2004; Zaslavsky & Leikin, 2004) 以及本研究的分析結果，本研究提出合作探究模式，說明如下 (圖二)：

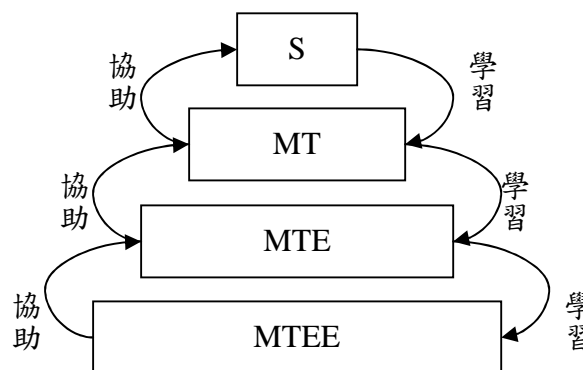
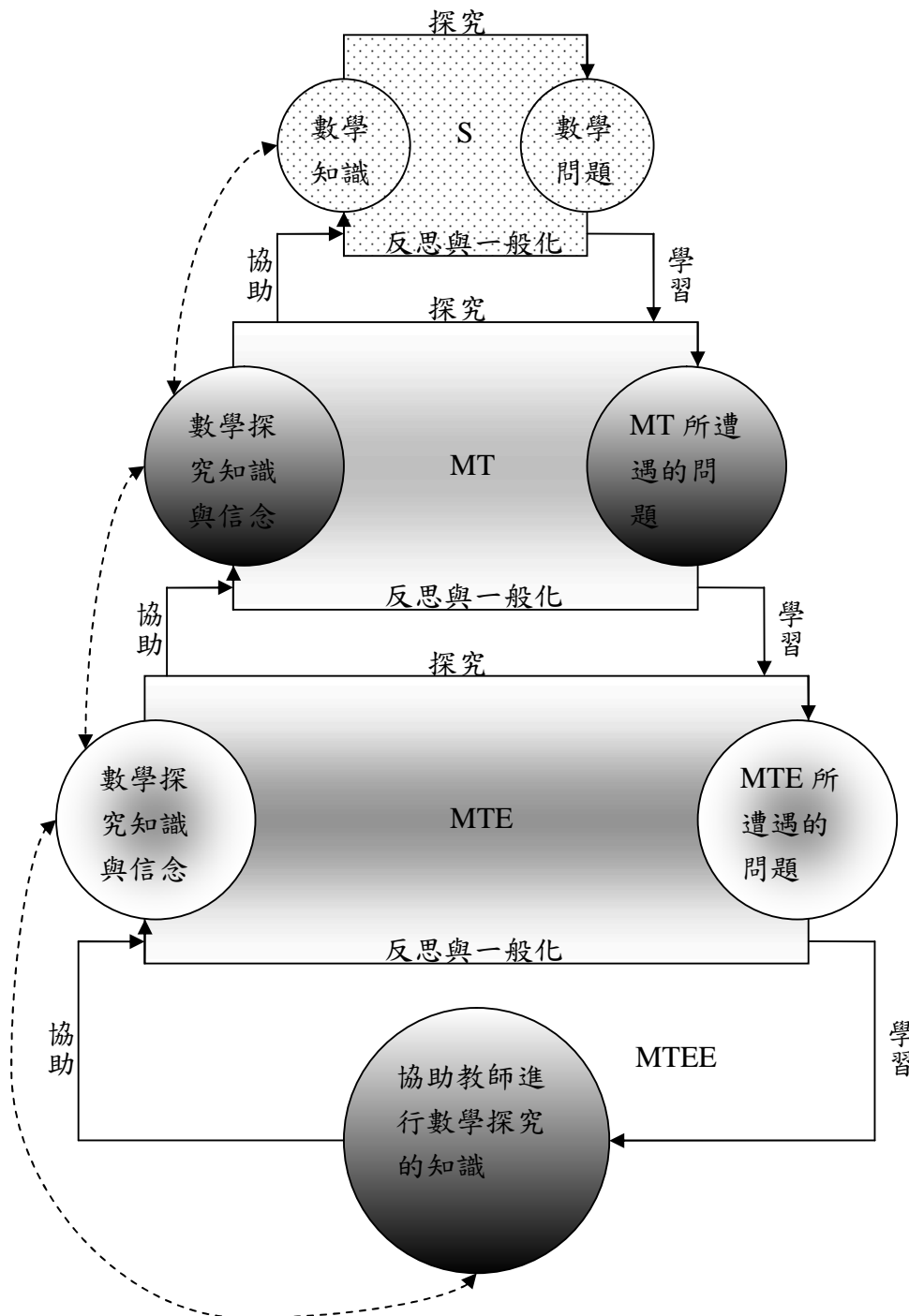


圖 1、三類參與者的協助與學習



圖三、合作探究導向專業成長模式

上圖三中，是最上層（第零層）的S（學生）探究學習過程出發，首先學生依其先備「數學知識」，透過「探究」的方式（如解題、推理、溝通，見 Barody & Coslick, 1998），解決「數學問題」，之後經由反思與歸納獲得新的「數學知識」。接著第一層的MT（數學教師），除了幫助學生學習與獲得成長外，也透過「專業成長活動」和解決進行數學探究教學的「實務問題」，獲得「數學探究知識與信念」，在此過程中MTE（具有數學探究教學經驗的教師）與MTEE（數學探究專業成長活動的設計者）皆會提供協助。同理，MTE除了從「專業成長活動」、解決自身「實務問題」獲得「數學探究知識」外，也經由幫助MT獲得學習。MTEE的成長，亦是如此，差別在於MTEE所獲得的是如何協助教師進行數學探究教學的知識，或可稱專業成長的知識。在「數學知識」、「數學探究知識與信念」、「協助進行數

數學探究的知識」間的雙箭號，意謂 MT 亦可在幫助學生的過程中學習到數學知識，同理，上述三個知識皆可在此過程互相交流。

## (二) 數學探究教學模式

本研究依據先前文獻 (Siegel, Borasi & Fonzi, 1998; Wubbels et al., 1997)，與分析計畫中這些成功實施數學探究教學的教師，歸納出數學探究教學模式，如下：

表一中，數學探究教學可分為四個階段，並且我們認為數學探究是「真實」與「數學模型」間的轉換，而數學探究學習環，即是在幫助學生經歷這些過程。

表一、數學探究教學模式

階段	教師活動	學生活動	
1.準備和 聚焦	1. 挑戰學生的原始想法，點燃學生的興趣並聚焦在值得討論的議題上 2. 透過教師介紹任務，喚起學生的初始想法與欲探究主題之知識 3. 清楚表達探究目標。	1. 學生回想過去的先備知識與學習經驗 2. 學生參與開放式的探究任務之中	真 實 問 題 ↑ 
2.執行	1. 精心引導並幫助個人/小組/全班學生進行探究工作 2. 回應學生在探究時的需求，如提供學生不同的思維方式	1. 學生開始進行臆測、分析、推理與試驗等探究行為 2. 獲得探究後的初步結果(過程中可以與小組/全班討論)	   
3.綜合與 溝通	1. 給予學生機會，分享探究結果 2. 學生在與他人溝通探究結果時，引導並幫助他分享 3. 適時引導或幫助學生作結論(可使用閱讀文章或讀教科書等策略)	1. 持續與他人討論，藉由相互辨正、論證的過程，獲致較精緻結果 2. 學生必須學習如何闡述自己的想法(如運用表格、圖形、證明等)，與回應他人的意見	   
4.評估與 延伸	1. 與學生討論探究過程與所習得數學知識 2. 清楚說明重要的探究結果和意義 3. 藉由評鑑學生的探究，幫助學生精進下次的探究	1. 學生必須反思這整個探究的過程與確認在探究過程中所獲得的數學知識 2. 依據反思，可能形成新的探究問題，開啟下一個新的探究循環	 ↓ 數 學 模 型

## (三) 數學探究教學能力量表(Questionnaire of Mathematics Inquiry Teaching Competency [QMITC])

這部分之研究在於發展一份可以量測中學數學教師在教學活動中，是否具備運用探究教學策略能力之量表，透過此量表數學教師可以了解自己進行探究教學的能力，並可提供檢視探究教學能力成長之具體依據，亦可作為數學教育研究者進行數學探究教學之相關實徵研究之研究工具。

本量表的發展是透過文獻探討，從整理數學本質的相關理論出發，再探討探究教學、數學教育目標與數學教學的相關理論，然後參考科學探究的觀點，歸納出數學探究教學的意涵，瞭解數學教師真正施行數學探究教學時，所應具備的六個面向，做為「數學教師探究教

學能力量表」的內涵，設計量表的題本。量表最初版本題目透過研究群成員的共同腦力激盪，共擬定 252 題，其中「數學科教學知識 (PCK)」有 15 題、「教師本身之數學探究能力」有 35 題、「數學探究教學的執行力」有 99 題、「數學探究學習的能力」有 30 題、「教師本身對探究教學成果的期待」有 27 題、「教師本身對探究本質的瞭解」有 46 題。然後商請六位資深專家教師(包括傳統導向與建構導向各三位，年資分別為 24 年、19 年、17 年、15 年、14 年與 11 年，其中一位為數教博士候選人，二位仍在進修數教的博士學位，其餘有兩位具數學的碩士學位，另一位為國立大學數學系學士)審閱填答問卷初稿與訪談，以瞭解初稿題目在文字敘述上是否恰當、是否有不瞭解題意的地方，避免誤解題意；另外，一一比對這六位教師的填答結果，初步瞭解各題的鑑別程度，做為刪題或修改的依據。DeVellis (1991) 指出編製或發展正式量表時，預試問卷題項數最好為將來所需正式題項總數的 3~4 倍(引自吳明隆，2006)，所以研究者最後依據六位專家教師意見資料所得之修改方向，以及 DeVellis 對於預試問卷題項數的建議，將原先 252 題的初稿題本刪除、修改或合併成 153 題，另配合七題反向題作為檢驗題組，形成共 160 題的預試題本。接下來採「分層方便取樣」對以中部地區為主並以其他縣市為輔之國中數學教師 214 位進行預試，回收有效樣本 200 份(回收率 93.46%)，進行項目分析，依據「決斷值考驗大於 8.0」、「個別題目與總分的積差相關係數大於 0.55」、「校正題目與總分相關係數大於 0.60」的標準，將題目篩減為 39 題，其中「數學探究教學的執行力」有 20 題，「教師本身對探究教學成果的期待」有 19 題，並搭配 3 題反向題作為檢驗題組，形成最後正式施測的題本。最後階段正式施測的對象仍採「分層方便取樣」，以中部地區為主並以其他縣市為輔之國中數學教師進行施測，問卷發出 333 份，回收 314 份，回收率達 94.29%，其施測結果經項目分析，僅有一題的決斷值偏低(6.400)，刪除該題後的  $\alpha$  值會提高，因此將該題刪除。剩餘的 38 個題目進行因素分析之主成分分析法的分析，結果發現各試題在所屬的因素負荷量均能高達 0.51 以上，且所抽取出的兩個因素，其包括的各試題剛好分別與當初編製「數學探究教學執行力」向度，及「教師本身對探究教學成果的期待」向度的題目契合，沒有需要再作刪減或修正的題目；另外，量表的因素分析整體變異解釋量之累積百分比達 49.59%，所以可以將本正式量表「數學教師探究教學能力量表」確定分成「數學探究教學的執行力」以及「教師本身對探究教學成果的期待」等兩個因素，其中分量表「數學探究教學執行力」可再分析出三個組成成分—「環境、分析」、「引導」、「任務」；分量表「教師本身對探究教學成果的期待」也可再分析出三個組成成分—數學教師對學生在「評析」能力的期待、數學教師對學生在「察覺、轉化」能力的期待、數學教師對學生在「解題、溝通」能力的期待。

本研究最後效化所得之總量表的 Cronbach's  $\alpha$  值為 0.9604，各分量表的 Cronbach's  $\alpha$  值分別為 0.9097、0.9606，所以「數學教師探究教學能力量表」具有相當不錯的內部一致性信度；而在重測信度方面，以台中市 62 位國中數學教師進行間隔三週之前後測，其總量表之 Pearson 積差相關係數為 0.8294，各分量表之 Pearson 積差相關係數分別為 0.7924、0.8057，均已達 0.01 的顯著水準，屬於高度相關，顯示「數學教師探究教學能力量表」在時間上的穩定性頗佳。另外，「數學教師探究教學能力量表」在內容架構上與當初編製的理論依據之契合度極高(正式量表與最初量表初稿的向度沒有出入)，顯示本量表有不錯的構念效度，此外亦兼具有內容效度與專家效度(正式量表試題見附錄一)。

#### (四) 個案教師探究教學能力的成長

表二是研究群中個案教師在 QMITC 量表填答上的結果，本研究藉由分析個案教師們在

量表上的成績，以及問卷填答後的「數學探究教學能力訪談」來闡述其探究教學能力。  
表 2 教師在 QMITC 上的平均分數與標準差。

	Pre-test		Post-test	
	M	SD	M	SD
ITEA	3.08	.66	4.00	.62
TE	2.83	.47	3.75	.46
TOTAL	2.94	.53	3.86	.50

ITEA,「數學教師探究教學執行力」;TE,「數學教師本身對探究教學成果的期待」

從上表，我們可以發現個案教師們，不論是在 ITEA 與 TE 後測的成績都高於前測(由於樣本過少，不進行統計檢定)，這或許意味參與本專業成長活動後，這些教師們的探究教學能力都獲得提升，另外我們仔細檢視個別教師問卷的填答情形，發現大部份教師的後測平均分數均高於前測分數，僅 2 位教師呈現出較少的前後測差距。依據這份問卷的填答結果，我們進行訪談，用以補充說明這些問卷的成績：(I，訪談者；T1，教師 1；T2，教師 2)

I:從你的問卷結果中，我們發現你的探究教學能力有所進步，請你試著說明一下？

T1:跟過去比起來，我真的是有進步，因為透過研究群中的活動，我比較瞭解探究是什麼，也會去試試看做探究教學。

I:那你可以從問卷上給個例子，說明你探究教學能力進步的地方？

T1:恩，例如在問卷的第 12 題(我能採用小組合作、師生對話與同儕對話等多種互動方式進行探究教學)，以前的話我是都沒有用合作的方式，可是我現在會試著去做做看，但是我還沒找到最佳的合作方式，但是至少開始會做，並且有時候，我也認為個別的探究也能夠獲得不錯的效果，這些都是以前不知道的。

I:用具體的例子說明你是如何進行探究教學，並且這些跟你在問卷上的填答有何關係？

T2:我想這個差別是在，我現在會自己組織課本上的內容，並且找補充的東西，使我的教學能夠更探究取向，我不但要求我的學生要提出不同的想法，同時要學生提出充分的證據去說明他們討論出來的東西，讓其他同學可以理解。我想這些改變都是我在後測成績填的比較高的原因。

從上述的對話提供了補充的證據，用來說明這兩位教師在探究教學能力的進步，更進一步，我們發現 T1 的回答是關於學生彼此的互動上，而 T2 的回答是關於學生如何去解釋他們的解題想法，這意味該兩位教師極有可能營造出探究的課室環境，這個發現與 Wood et al.(2001)的論點相符，他們認為在探究的課室文化中，教師會特別注重學生互動與學生如何詮釋他們的論點。

雖然大部份的教師，在問卷與訪談中，都呈現探究教學能力的成長，然而，仍然有兩位教師的探究教學能力，並沒有太大的差異，我們訪談了這兩位教師，他們對於探究教學出現負面的評價，例如，「太浪費時間」、「我還在觀望」、「我還沒去嘗試」等，進一步分析他們在研究群會議中的表現，他們似乎不太熱衷研究群會議中的活動，同時，也常常缺席。就如同文獻所述，教師的學習或專業成長是一個複雜行為，由我們所得的研究資料顯示，這兩位教師同屬同一個學校，彼此互相影響，可能由於其中一位教師工作繁忙的緣故，間接也影響了另一位教師的學習。

### (五) 個案教師教學信念的改變

根據分析結果，我們發現，教師對於數學的信念，似乎是整個信念系統中的關鍵因素，

對數學擁有較建構取向信念的人，在對教學與對學習的信念上，也都能呈現較建構的看法。

在參與計劃的初期，有 7 位教師認為「數學就是解題」，6 位認為數學就是教科書中的知識，另外 2 位分別認為數學是「其他學科的基礎工具」、以及數學是「一種邏輯方法」。從研究分析中發現，大部分認為數學是解題或邏輯方法的人(5 位/8 位)，擁有較建構信念，他們比較注重學生的能力，而非學生的成績，這個信念有助教師實施探究教學；反之，認為數學就是教科書知識的教師，則擁有較傳統信念，綜合這些研究結果，我們發現初期有 6 位教師是趨向建構的信念，7 位趨向傳統的信念，另外 2 位則介於建構與傳統之間。

在參與計劃後期，這 6 位建構信念的教師仍然維持，同時 9 位教師中，有 6 位呈現信念的改變，從傳統轉向建構的信念，舉例如下：T3 教師在研究初期，歸類為傳統信念的教師，他認為教師的工作就是在「傳遞數學知識」，然而，在後期的訪談中，他談到「數學是為了解決世界上的問題而產生的，當時間不斷改變時，數學知識也會隨著改變」；「學數學就是一種獲取數學知識的過程，在這個過程裡面，學生必須要去探索數學觀念，猜測它、檢驗它，並且說明他們的推論，最後建立出數學概念」；「數學學習是一個學生自主的行為」。這些證據，都可以用來支持 T3 的教師的信念已趨向建構。

#### (六) 個案教師實施探究教學的成效

##### 利用探究教學提升國中七年級學生的高層次數學思考與數學學習態度

這部份的研究是以準實驗研究的方式，探討在國中數學課實施「探究教學」和「傳統式講述教學」對嘉義縣某國中七年級學生高層次數學思考及數學學習態度的差異，本研究在研究方面採用質的研究，並輔以量化資料的分析來進行，研究期間約為一學期，研究對象為研究者所任教的兩個同質性較高的七年級任課班級進行實驗研究，對照班班級施以傳統式講述教學方式，實驗班班級的教學則施以研究者所發展之探究教學策略。在質的研究方面，包含研究者的教學日誌、教學現場錄影帶、學生的學習單、高層次數學思考試題、晤談；在量化資料的分析方面，以數學學習態度量表前後測成績進行研究，再以統計軟體 SPSS12.0 作相關分析。

研究結果顯示，從學生的高層次數學思考試題前後測結果發現，不管是實驗班或對照班的學生在高層次數學思考試題中後測的思考層次都高於前測的思考層次，顯示其思考層次都有所提升，而且實驗班的進步幅度較對照班為大，由此可以推測探究教學較傳統講述教學較能提升學生的高層次數學思考。從學生的數學學習態度前後測成績發現，運用探究教學顯著提升實驗班全體學生的學習態度，故由此可知，探究教學對學生的數學學習態度皆產生正向的影響。

依研究之結果發現小組討論以及師生、同學之間充分互動的學習方式，比較不會產生學習上的壓力，對於探究教學中生活情境的問題設計與生活經驗結合，更能吸引學生的學習動機。最後建議未來想從事有關探究教學的研究時，設計探究活動時必須注意是否能帶出數學知識，教學時給於學生多一點時間進行討論與分享，在活動之後提供學生進行反思與形成結論的機會。

##### 實施探究教學對學生的數學焦慮與解題歷程的影響

這部份的研究是透過行動研究的設計來探討實施探究教學對學生數學焦慮與解題歷程的影響，研究者以自己任教的二個國中七年級班級作為研究對象，兩班人數分別是 32 人與 34 人。本研究以質量並重的方式分析資料，質性資料以教學錄影、教學日誌來記錄教學活動的進行以及教學心得與反思，此外也收包括學生的學習單與訪談資料。量化資料則以



SPSS12.0 進行分析，其中包含「數學焦慮量表」前、中、後測資料的重複量數分析，以及數學焦慮與數學成就的相關分析。

研究結果發現：(一) 探究教學能提昇學生學習數學的信心。從「數學焦慮量表」以及晤談的資料可發現，多數學生在實施探究教學後，認為自己有信心學好數學。(二) 探究教學能減輕學生的數學焦慮。數學焦慮的前測資料分析顯示，學生存在中等程度的數學焦慮，但中測資料已呈現整體焦慮下降的情況。再將數學焦慮之前、中、後測資料進行重複量數分析，發現均達顯著差異，顯示探究教學確實降低了學生的數學焦慮。(三) 探究教學影響解題方式。高程度的學生常能有不同的解題方式，他們能用代數式或捷思法進行解題，甚至還能以倒推法驗證解答的正確性。相對的，中、低程度學生是以較具體的方式去呈現思考過程，而其解題方式大多是在探究活動中，觀摩其他同學的想法學到的。(四) 數學焦慮與數學成就呈現負相關。(六) 長時間實施探究教學，將能突顯探究教學的優點。

根據本研究的發現，研究者亦對未來有意實施探究教學的教育工作者提出探究教學活動設計以及未來研究的建議。

### 探究式教學法融入幾何尺規作圖單元之行動研究

這部分研究的目的是在於將探究式教學融入到國中幾何尺規作圖的單元，並探討這樣的教學方式對學生的幾何學習及推理能力的影響。針對此研究目的，研究者採用行動研究的方式發展合適的教學活動，並透過方便取樣，以兩個八年級的班級為研究對象，利用課室觀察、錄影、學習單及晤談等方式收集相關的質性資料並加以分析，以探討探究式教學法對學生幾何學習及推理能力的影響。

研究結果發現，探究式教學融入幾何尺規作圖的單元的可行方式為：(一) 歸納法是引起學生進行數學探究活動的好方法；(二) 探究的課室是由師生與同儕間的對話不斷累積而成的；(三) 當探究議題過於困難時，教師必須為學生搭起學習的鷹架，探究活動才能順利進行；(四) 探究時所使用的工具會影響學生的發現；(五) 當學生在探究教學的課室中學習興趣被引燃，則能於課後進行自主的延伸研究，學習能持續。而探究活動對學生幾何學習與推理能力的影響如下：(一) 探究教學法融入幾何教學能提供學生許多幾何操弄的機會，對學生幾何學習有所助益；(二) 加強學生對幾何圖形的操弄(如輔助線的使用)能對學生論證的能力有所助益；(三) 探究教學法的進行方式能提供學生許多推理的練習，對學生推理能力的培養有所助益。

### 高中三角探究教學之研究

此部分研究聚焦於探討實施三角探究教學，來引導高中學生學習三角學的相關概念，發展出主動發現問題的能力，且能夠從解題的過程中發現先前錯誤概念的原因並加以改正。

研究設計是以質性研究的內容分析法，透過收集的資料進行分析、描述、詮釋資料的潛在內容、分析學生作品的特性或錯誤。此部分研究是以中部某高中一班二年級學生為對象，43 位同學分為七組進行合作學習，以三角函數為教學主題設計了六次共計十個半小時的課程進行數學探究教學。課程設計包括動手操作、觀察圖形或情境事物、進行臆測、擬定解題策略、主動發現問題、對其他同學提出疑問和想法等活動，強調應用生活的經驗、情境來幫助學生具體地思考數學概念並培養學生應用三角函數的能力。研究資料的收集包含教學錄影、錄音，學生的學習活動單，學習心得報告，半結構式問卷與訪談，資料分析則根據 Speer (2003) 提出探究式學習的三個階段：探索階段、創造階段、擴展階段，來探討學生的學習成效。

研究結果發現探究式教學中所強調的合作討論，以及師生與同儕間充分互動的學習方式，能降低學生的學習壓力，並能激發學生發展具創意的數學思考，以及應用簡單概念解決飛例行性問題的能力。對於探究式教學中強調以生活情境問題為出發的設計，結合學生的生活經驗，學生均認為這樣的設計比教科書的內容搭配傳統講述式授課有趣許多，更能激發其學習的動機。此外，以學生為中心的學習方式，透過師生與同儕間的討論互動，對於學生學習三角的概念有正向的幫助。

### 數學探究教學對高二數理資優生後設認知能力之影響

此部分研究的目的是在於探討數學探究教學對高二數理資優班學生後設認知能力的影響，研究對象為南區一所女子高中高二數理資優班學生共 28 位，依照後設認知量表前測得分高低分為 7 個小組，以 Speer (op. cit.) 提出的探索、創造與擴展等三階段探究循環為數學探究教學架構，設計規律、對稱、圓與球面、機率與線性規劃等教學活動，蒐集小組學習單、個人回饋單、教學日誌及教學影帶等質性資料進行內容分析，且於教學前後進行後設認知量表施測，以質性研究為主，量化資料分析為輔，分析數學探究教學對後設認知能力的影響，主要的研究結果如下：(1)實施數學探究教學前，高二數理資優班學生數學成就僅與後設認知中的選擇注意能力達到顯著性低度正相關；實施數學探究教學後，數學成就測驗與後設認知能力達到顯著性正相關，具有顯著性正相關的後設認知要素為組織訊息與自我監控。(2)實施數學探究教學後，高二數理資優班學生後設認知能力提升，且達到顯著差異，即實施數學探究教學對提升後設認知能力具有正向的影響。數學探究教學對後設認知能力各要素的提升皆有顯著性影響，各要素提升幅度由大至小依序為自我監控、自我測試、策略使用、組織訊息、選擇注意、自我修正。(3)數學探究教學各階段工作皆能協助後設認知能力各要素的發展，提升學生執行認知策略能力，增加學習自信與價值，更願意參與數學探究教學活動，達到兩者相輔相成的教學效果。

### 探究教學培養七年級學生數學解題與溝通能力之行動研究

此部分研究在於幫助一位有六年教學經驗之國中數學教師，跳脫其傳統講述式的教學方式，藉由探究教學的實施，讓學生的數學學習不單單只是學習數學概念，更能夠在學習過程中，培養學生透過觀察發現問題，並運用數學思維與同儕討論來解決問題，藉由這些探究活動來發展出數學解題與溝通的能力。

本研究的研究對象為中部山區某中小型國中一班七年級的學生 27 位，包括 10 男生與 17 位女生；研究者並採用立意取樣的方式選取了一位高成就(全班數學成績前 25%)、兩位中成就(中間 50%)與一位低成就(後 25%)的四位同學作為後續訪談的個案學生。研究的設計在教學部分，研究者以 Borasi 和 Fonzi (1998) 所提出探究教學的八個步驟為主軸，參考文獻中有關探究教學策略、探究教學模式與學習環的理論，整理提出了實施探究教學的四個步驟，包括(一)情境佈局與問題產生；(二)全班性任務與個人性任務；(三)小組討論與師生互動；(四)自我反思與形成結論；這四個教學步驟所對應學生的探究學習歷程則分別是表徵、操弄、解釋與驗證。教師透過行動研究的模式(規劃、行動、觀察、反省、修正)，依據探究教學的架構進行行動研究。研究的工具包括活動學習單、活動評量單、學習日誌、教學錄影與錄音的記錄、事後晤談與教學日誌等。

研究的結果顯示(一)在探究教學的過程中，藉由溝通引發學生進行高層次思考，因而有助於提升數學解題能力；(二)在進行數學探究活動時，學生面對多元化的解題思維，促使學

生提升自己的溝通能力，也進而增進了後設認知能力的發展。研究歸納的結論有(一)解題能力與溝通能力可以互相影響；(二)學生錯誤的解題過程與特殊的想法可以使探究更加深入；(三)探究教學可有效提升低成就學生的數學能力。

## 六、研究成果之論文發表情形

### 已發表之論文

1. Chin, E-T. (2008). Mathematical proof as formal procept in advanced mathematical thinking. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 7(2), 121-133. (NSC95-2511-S-018-004)
2. Chin, E-T. & Lin, Y-C. (2008). Teachers' professional development of inquiry-based teaching. *Paper presented in the Conference of Asian Science Education 2008* (Kaohsiung, Taiwan, 20-23, February, 2008)( NSC96-2511-S-018-002)
3. Chin, E-T., Liu, C-Y., & Hsu, C-J. (2008). A study on developing and validating a questionnaire of mathematics teacher's inquiry teaching competency. In O. Figueras, A. Méndez, & N. de Bengoechea (Eds.), *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Morelia, Mexico), 1, 246. (NSC96-2511-S-018-002)
4. Chen, K-J. & Chin, E-T. (2008). Implementing modelling activity to enhance student's conceptual understanding and active thinking. In O. Figueras, A. Méndez, & N. de Bengoechea (Eds.), *Proceedings of the 32<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Morelia, Mexico), 1, 245. (NSC96-2511-S-018-002)
5. Chin, E-T., Lin, Y-C., Chuang, C-W., & Tuan, H-L. (2007). The influence of inquiry-based mathematics teaching on 11<sup>th</sup> grade high achievers: Focusing on metacognition. *Paper accepted as Research Report by the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Seoul, Korea, 8-13, July, 2007) (NSC95-2511-S-018-004)
6. Chin, E-T., Liu, C-Y., Lai, P-L. (2007). Promoting ninth graders' abilities of intuitive and associative thinking in the problem-solving process toward mathematics learning. *Paper accepted as Short Oral Presentation by the 31<sup>st</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Seoul, Korea, 8-13, July, 2007) (NSC95-2511-S-018-004)
7. Chin, E-T., Lin, Y-C., Chien, C-T., Ko, Y-T., & Tuan, H-L. (2006). Collaborative action research on implementing inquiry-based instruction in an eighth grade mathematics class: An alternative mode for mathematics teacher professional development. In N. Jarmila, M. Hana, K. Magdalena, & S. Nad'a (Eds.), *Proceedings of the 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Prague, Czech Republic), 2, 305-312. (NSC94-2511-S-018-007)
8. Chin, E-T., Chen, C-Y., Liu, C-Y., & Lin, J-P. (2006). A Study on implementing inquiry-based

teaching to facilitate secondary school students' learning in the retaking mathematics course. In N. Jarmila, M. Hana, K. Magdalena, & S. Nad'a (Eds.), *Proceedings of the 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Prague, Czech Republic), 1, 235. (NSC94-2511-S-018-007)

9. Chen, K-J., Yu, S-Y., Chin, E-T., & Tuan, H-L. (2006). Enhancing the seventh graders' Learning on quality axiom and linear equation through inquiry-oriented teaching and integrated mathematics and science curriculum. In N. Jarmila, M. Hana, K. Magdalena, & S. Nad'a (Eds.), *Proceedings of the 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Prague, Czech Republic), 1, 374. (NSC94-2511-S-018-007)
10. 王雅玲、秦爾聰\*(2008)。實施探究教學對學生數學焦慮的影響。台灣數學教師電子期刊，15期，頁41-57。
11. 黃智皇、秦爾聰(2008)。探究教學對高一學生數學解題能力與自我效能影響之行動研究。發表於課程與教學評鑑學術研討會，國立彰化師範大學(2008年5月22-23日，彰化) (NSC96-2511-S-018-002)
12. 林勇吉、秦爾聰(2007)。透過「合作探究導向」的專業成長計劃促進中學教師進行數學探究教學：探討數學探究教學能力與信念之改變。發表於第二十三屆中華民國科學教育學術研討會，國立高雄師範大學(2007年12月13-15日，高雄)。(NSC96-2511-S-018-002)
13. 曾千純、段曉林、溫嫩純、秦爾聰、王國華(2007)。探討「探究師資培育計畫」對於數學/科學教師探究教學效能轉變的影響。發表於第二十三屆中華民國科學教育學術研討會，國立高雄師範大學(2007年12月13-15日，高雄)。(NSC96-2511-S-018-001)
14. 林晶珮、秦爾聰(2006)。合作學習應用於八年級數學補救教學之初探研究。發表於第二十二屆中華民國科學教育學術研討會，國立台灣師範大學(2006年12月15-16日，台北)。(NSC95-2511-S-018-004)
15. 陳冠州、秦爾聰、段曉林(2006)。探究取向數學效能信念量表之發展。發表於第二十二屆中華民國科學教育學術研討會，國立台灣師範大學(2006年12月15-16日，台北)。(NSC95-2511-S-018-004)
16. 陳俊源、秦爾聰(2005)。以探究式教學融入高一重修班三角函數教學之初探研究。發表於第二十一屆中華民國科學教育學術研討會，國立彰化師範大學(2005年12月16-17日，彰化)。(NSC94-2511-S-018-007)
17. 周家全、秦爾聰(2005)。以創造性問題解決活動提升高中生之問題解決能力和創造力之個案研究。發表於2005年第三屆創新與創造力研討會，國立政治大學。(NSC94-2511-S-018-007)

#### 已投稿並在進行修改或複審之論文

1. 李嘉惠、秦爾聰。利用探究教學提升國中七年級學生的高層次數學思考與數學學習態度之研究。投稿至台灣數學教師電子期刊(複審中)。
2. 葛蜀光、秦爾聰。在探究教學的脈絡下，融入自願式檔案評量於高二數學課室之行動研

究。投稿至台灣數學教師電子期刊（修改中）。

### 審查中之論文

1. 秦爾聰、林勇吉、陳俊源。探究取向數學教學融入高中數學輔導課之研究：以三角學單元為例，投稿至科學教育學刊。
2. 秦爾聰、林勇吉、林晶珮。透過數學探究教學培養七年級學生數學解題能力之行動研究，投稿至師大學報（科教類）。
3. 陳冠州、秦爾聰。數學建模活動的設計、實施與省思—以五年級量測腳印的活動為例。投稿至科學教育研究與發展季刊。
4. 劉環毓、秦爾聰。數學遊戲融入七年級探究教學活動之行動研究。投稿至台灣數學教師電子期刊。

### 參考文獻

- Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematics power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Bell, C., Shepardson, D., Harbor, J., Klagges, H., Burgess, W., Meyer, J. & Leuenberger, T. (2003). Enhancing teachers' knowledge and use of inquiry through environmental science education. *Journal of Science Teacher Education*, 14(1), 49-71.
- Bishop, A. (1988). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Borasi, R., Fonzi, J., Smith, C., & Rose, B. (1999). Beginning the process of rethinking mathematics instruction: A professional development program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(1), 49-78.
- Chin, E-T., Lin, Y-C., Ko, Y-T., Chien, C-T. & Tuan, H-L. (2006). Collaborative action research on implementing inquiry-based instruction in an eighth grade mathematics class: An alternative mode for mathematics teacher professional development. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehlíková, N. (Eds.). *Proceedings 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, (pp. 305-312). Prague: PME.
- Feiman-Nemser, S. (2001). Helping novices learn to teach: Lessons from an exemplary. support teacher. *Journal of Teacher Education*, 52(1), 17-30.
- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7(1), 5-32.
- Lotter, C., Harwood, W. S. & Bonner, J. J. (2007). The influence of core teaching conceptions on teachers' use of inquiry teaching practices. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(9), 1381-1347.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Siegel, M., Borasi, R., & Fonzi, J. (1998). Supporting students' mathematical inquiries through reading. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(4), 378-413.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage.
- Truscott, D. M. & Truscott S. D. (2004). A professional development model for the positive

- practice of school-based reading consultation. *Psychology in the Schools*, 41(1), 51-65.
- Wood, T. & Turner-Vorbeck, T (2001). Extending the conception of mathematics teaching. In T. Wood, B. Nelson, & J. Warfield (Eds.), *Beyond Classical pedagogy: Teaching Beyond classical pedagogy teaching elementary school mathematics* (pp. 185-208). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wubbels, T., Korthagen, F., & Broekman, H. (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 32, 1-28.
- Zaslavsky, O. & Leikin, R. (2004). Professional Development of Mathematics Teacher Educators: Growth through Practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 5-32.

### 附錄一、數學教師探究教學能力量表試題

	非常不同意	不同意	沒意見	同意	非常同意
1. 我能適時利用各種教學媒體與設備進行探究教學。	1	2	3	4	5
2. 我能根據學生的學習經驗選擇合適的教材，引起學生的好奇心。	1	2	3	4	5
3. 我能設計富有彈性且連續性的探究教案與活動。	1	2	3	4	5
4. 經由探究教學，我能促進學生進行探究。	1	2	3	4	5
5. 我能依照學生的舊經驗、興趣、需要與能力，引導學生從生活中尋找可探究的問題。	1	2	3	4	5
6. 我能引導學生設計好的解題策略（蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證等）及探究步驟（分類、歸納、演繹、推理、推論、類比、分析、變形、一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等），籌畫出合理可行的解決方案。	1	2	3	4	5
7. 我能指導學生針對探究的問題與他人進行討論甚至爭辯。	1	2	3	4	5
8. 我能引導學生經闡釋及審視情境，重新評估原來的轉化是否得宜，並做必要的調整。	1	2	3	4	5
9. 我能引導學生客觀分析證據、辨識論點判斷是否矛盾。	1	2	3	4	5
10. 我能引導學生選擇具有價值的判斷原則，評估問題中論證的支持程度。	1	2	3	4	5
11. 我無法設計富有彈性且連續性的探究教案與活動。	1	2	3	4	5
12. 我能採用小組合作、師生對話與同儕對話等多種互動方式進行探究教學。	1	2	3	4	5
13. 我能提供機會讓學生在獲得、確認與應用知識的過程中得到理解與實踐。	1	2	3	4	5

14. 我能利用活動來評鑑學生具備哪些起點行為。	1	2	3	4	5
15. 我能培養學生發現探究議題的能力。	1	2	3	4	5
16. 我能培養學生將探究議題轉化成數學問題的能力。	1	2	3	4	5
17. 我能培養學生透過數學表徵來詮釋問題的能力。	1	2	3	4	5
18. 我能培養學生針對問題形成臆測的能力。	1	2	3	4	5
19. 我能培養學生書寫探究報告的能力。	1	2	3	4	5
	非常不同意	不同意	沒意見	同意	非常同意
20. 我無法引導學生客觀分析證據、辨識論點判斷是否矛盾。	1	2	3	4	5
21. 我的學生能從生活中找尋可探究的問題，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
22. 我的學生能從教材中引發對探究的興趣，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
23. 我的學生在數學學習中能進行發問與討論，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
24. 我的學生能設計好的探究步驟（或解決問題的策略），我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
25. 我的學生能建立其探究模式，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
26. 我的學生能使用適合的數學表徵或工具，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
27. 我的學生能盡力參與數學學習，必為自己的學習負責，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
28. 我的學生在處理數學問題時，能運用探究步驟（分類、歸納、演繹、推理、推論、類比、分析、變形、一般化、特殊化、模型化、系統化、監控等），籌畫出合理可行的解題方法，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
29. 我的學生能用數學的觀點推測及說明解答的屬性，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
30. 我的學生能用數學語言呈現與說明解題的過程，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5

31. 我的學生能用回應情境、設想特例、估計或不同角度等方式說明或反駁解答的合理性，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
32. 我的學生能用解題的結果闡釋原來的情境問題，並由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
33. 我的學生能經闡釋及審視情境，重新評估原來的轉化是否得宜，並做必要的調整，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
	非常不同意	不同意	沒意見	同意	非常同意
34. 我的學生在數學學習中能進行發問與討論，我並沒有扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
35. 我的學生能從觀察、記錄或陳述中解讀出因果關係，作合理的論述，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
36. 我的學生能找尋相關資源進行探究，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
37. 我的學生能客觀分析證據、辨識論點判斷是否矛盾，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
38. 我的學生能選擇具有價值的判斷原則，評估問題中論證的支持程度，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
39. 我的學生能具備從事數學探究所需的能力，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
40. 我的學生能具備書寫探究報告的能力，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5
41. 我的學生能具備由資料歸納、研判、與推斷結果的論證能力，我扮演（非常）很重要的角色。	1	2	3	4	5